

► Addition et inégalités

(1) On peut **ajouter** ou **retrancher** un même nombre aux deux membres d'une inégalité, en **conservant son sens**.

(2) On peut **ajouter** membre à membre des **inégalités de même sens**.

► Multiplication et inégalités

(3) On peut **multiplier** ou **diviser** les deux membres d'une inégalité,

• par un même nombre **strictement positif**, en **conservant** le sens de l'inégalité.

Si  $a \leq b$  et si  $c > 0$ , alors  $a \times c \leq b \times c$  et  $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$ .

• par un même nombre **strictement négatif**, mais **en changeant** le sens de l'inégalité.

Si  $a \leq b$  et si  $c < 0$ , alors  $a \times c \geq b \times c$  et  $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$ .

**Conséquence :** pour comparer deux nombres réels **strictement positifs**, on peut comparer leur quotient à 1.

$a$  et  $b$  désignent des nombres réels avec  $a > 0$  et  $b > 0$ .

Si  $\frac{a}{b} \leq 1$ , alors  $a \leq b$ .

Si  $\frac{a}{b} \geq 1$ , alors  $a \geq b$ .

Pour tous nombres réels  $a, b, c$  et  $d$ ,

• si  $a \leq b$ , alors  $a + c \leq b + c$ ,

• si  $a \leq b$ , alors  $a - c \leq b - c$ ,

• si  $a \leq b$  et si  $c \leq d$ , alors  $a + c \leq b + d$ .

Deux calculs

• Écrire  $A = \frac{1}{2} \times 5 - \frac{3}{4}$  sous forme d'une fraction.

•  $f(x) = x^2 - 5$ . Développer et réduire  $A = f(x - 1)$ .



1  $x$  et  $y$  désignent deux nombres réels tels que  $x \leq y$ .

Lire et compléter avec  $\leq$  ou  $\geq$ .

a.  $x + 2 \dots y + 2$  b.  $2x \dots 2y$  c.  $\frac{x}{2} \dots \frac{y}{2}$

d.  $-2x \dots -2y$  e.  $\frac{-x}{2} \dots \frac{-y}{2}$  f.  $x - 2 \dots y - 2$

2  $a$  et  $b$  désignent deux nombres réels.

1. Entourer les nombres positifs.

•  $a + b$  •  $a^2$  •  $(a - b)^2$  •  $a^2 + 1$  •  $b^2 - 3$  •  $a^2 + b^2$

2. Donner le signe de chaque produit ou quotient.

a.  $-3a^2 \dots$  b.  $\frac{(a+b)^2}{a^2+b^2+1} \dots$  c.  $\frac{-3a^2}{a^2+1} \dots$

3  $x$  et  $y$  désignent deux nombres réels tels que  $x \leq y$ .

Dans chaque cas, donner le signe du nombre.

a.  $x - y \dots$  b.  $y - x \dots$  c.  $\frac{y-x}{x^2+2} \dots$

4  $a$  et  $b$  désignent deux nombres réels tels que  $a \leq b$ .

Dans chaque cas, compléter avec  $\leq$  ou  $\geq$ .

a.  $3a - 2 \dots 3b - 2$  b.  $-a \dots -b$  c.  $\frac{-2a+1}{3} \dots \frac{-2b+1}{3}$

5  $x$  et  $y$  désignent deux nombres réels tels que

$-3 \leq x \leq 5$  et  $1 \leq y \leq 3$ .

Utiliser la propriété (2) pour encadrer  $x + y$ .

$\dots \leq x + y \leq \dots$  c'est-à-dire  $\dots \leq x + y \leq \dots$



6  $x$  et  $y$  désignent deux nombres réels tels que  $-2 \leq x \leq 3$  et  $2 \leq y \leq 5$ . Justifier que :

a.  $-2 \leq 3x + 2y \leq 19$  b.  $-5 \leq -y \leq -2$  c.  $-7 \leq x - y \leq 1$

7 Pour tout nombre réel  $x$ ,  $f(x) = x^2 - 5x + 3$ .

Montrer que si  $1 \leq x \leq 4$ , alors  $-16 \leq f(x) \leq 14$ .

8  $x$  désigne un nombre réel strictement positif.

On se propose de comparer les nombres strictement positifs  $\sqrt{x}$  et  $\frac{1}{\sqrt{x}}$ .

a. Compléter :  $q = \frac{\sqrt{x}}{1} = \dots$

b. Compléter : Si  $x \leq 1$ , alors  $q \dots 1$  et  $\sqrt{x} \dots \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

Si  $x \geq 1$ , alors  $q \dots 1$  et  $\sqrt{x} \dots \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

- Une **inéquation** est une inégalité dans laquelle figurent une ou plusieurs inconnues désignées par des lettres. Une **solution** d'une inéquation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'inégalité est vraie.

**Résoudre** dans  $\mathbb{R}$  une inéquation, c'est trouver **toutes ses solutions réelles**.

- Pour résoudre une inéquation du type  $ax + b \leq cx + d$  (avec  $a \neq c$ ), on **utilise les propriétés (1) et (3)** (p. 35).

**Résolution de l'inéquation du premier degré  $4x - 2 \geq x - 8$ .**

$$4x - 2 \geq x - 8$$

$$3x - 2 \geq -8$$

$$3x \geq -6$$

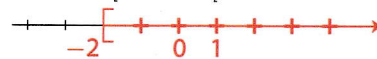
$$x \geq -2$$

On soustrait  $x$  à chaque membre :  $4x - 2 - x \geq x - 8 - x$

On ajoute 2 à chaque membre :  $3x - 2 + 2 \geq -8 + 2$

On divise chaque membre par 3 qui est positif, donc on conserve le sens de l'inégalité :  $\frac{3x}{3} \geq \frac{-6}{3}$

L'ensemble des solutions est l'intervalle  $\mathcal{S} = [-2; +\infty[$ .



### Deux calculs

- Donner l'écriture scientifique de  $A = 5\,200$  et de  $B = 0,018$ .

- Factoriser  $C = 9x^2 + 3x + \frac{1}{4}$ .



- 1** Pour chacun des nombres 8 et 2, dire s'il est solution de l'inéquation  $3x - 19 \geq x - 7$ .

- 2** Le nombre  $\frac{4}{5}$  est-il solution de l'inéquation :

$$5 - 2x \leq 1 + 3x$$

- 3** Compléter.

a.  $x - 5 \geq 2$  équivaut à  $x - 5 + 5 \dots 2 \dots$  soit  $x \dots$

b.  $x + 3 \geq 9$  équivaut à  $x + 3 - 3 \dots 9 \dots$  soit  $x \dots$

c.  $3x \leq 15$  équivaut à  $\frac{3x}{3} \dots \frac{15}{3}$  soit  $x \dots$

d.  $-4x \leq 12$  équivaut à  $\frac{-4x}{-4} \dots \frac{12}{-4}$  soit  $x \dots$

- 4** Relier chaque inéquation à la représentation en rouge de ses solutions sur la droite numérique.

$x - 1 < 2$  •

$7 < x + 4$  •

$-5x \geq -15$  •

$6 \leq 2x$  •

- 5** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $13 + x \leq 5 - 4x$ . Représenter l'ensemble de ses solutions à l'aide d'une droite numérique.

- 6** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $-2x + 1 > 2x - 5$ . Représenter l'ensemble de ses solutions à l'aide d'une droite numérique.